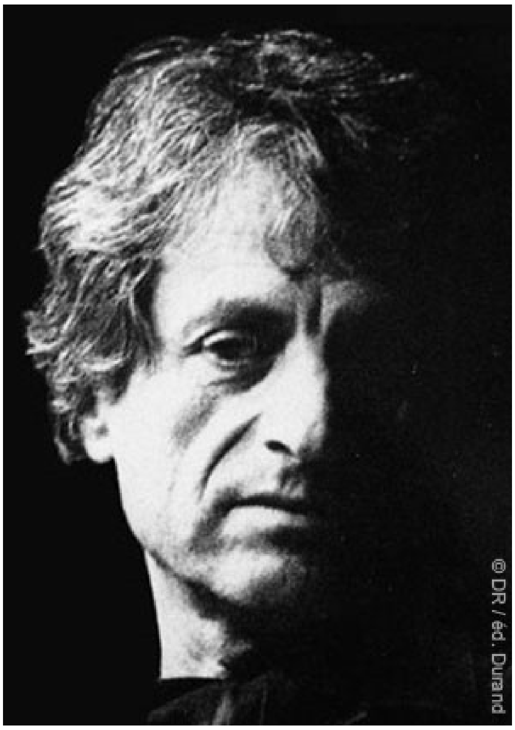
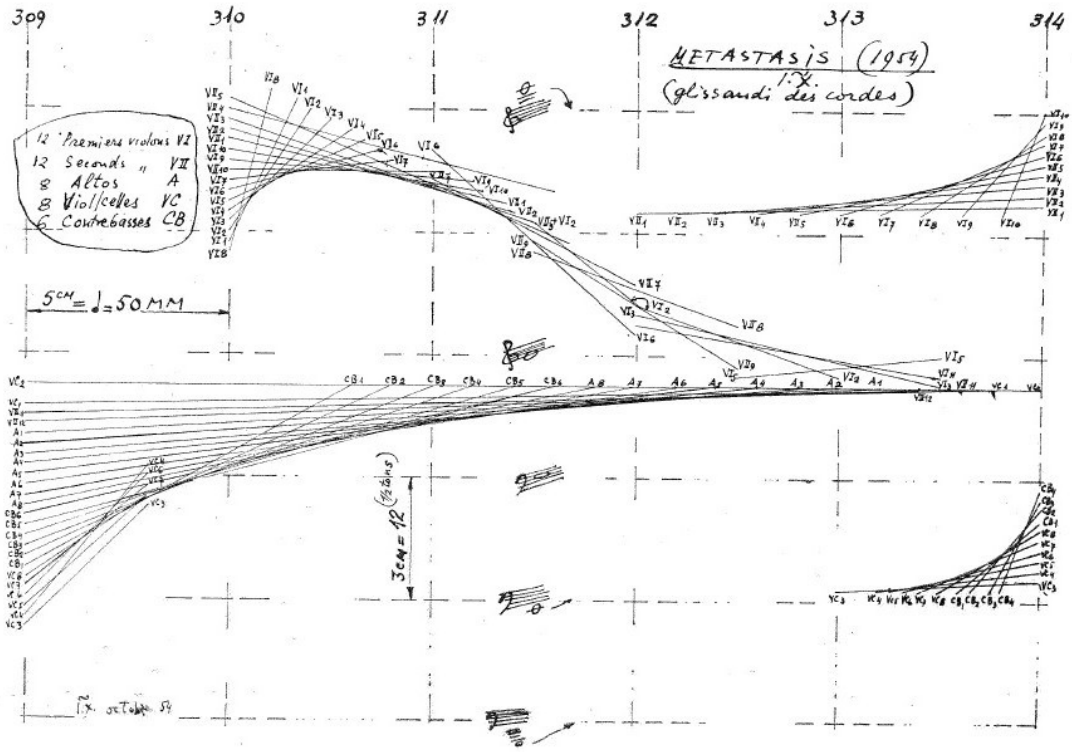
<u>La musique stochastique:</u>
<u>théorie des probabilités</u>

Le sérialisme intégral est, nous l'avons vu, une méthode de composition qui utilise très largement des constructions scientifiques. C'est pourquoi, le compositeur grec, Iannis Xénakis (1922-2001), lui reproche d'être trop éloigné de la création artistique. Pour lui, l'étape « humaine » est nécessaire.

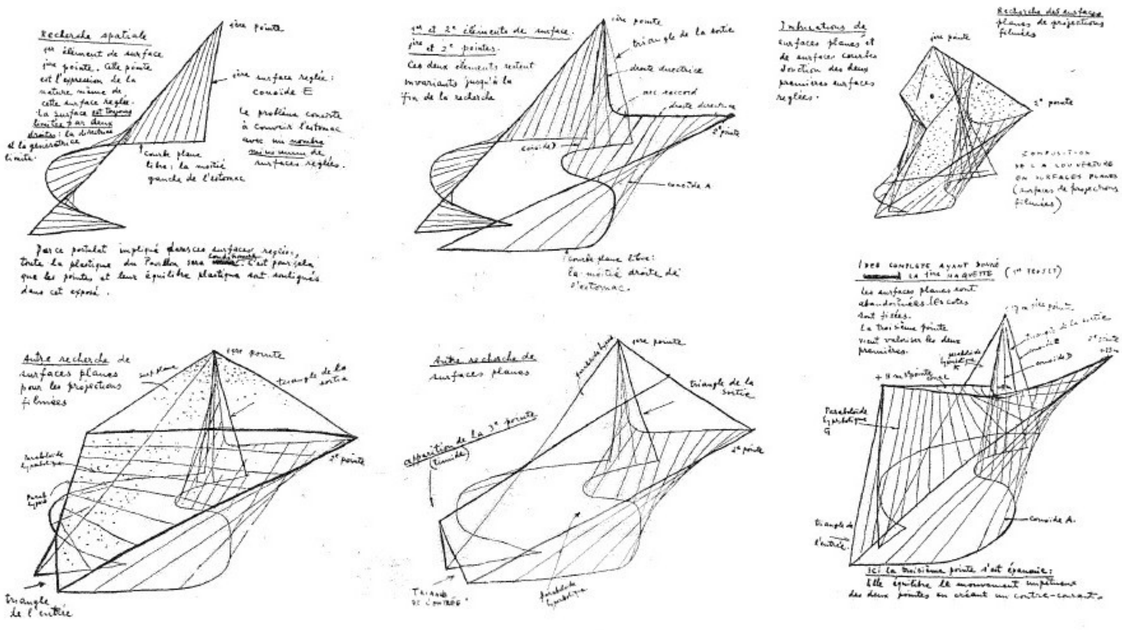


Après avoir fait ses études à l'Ecole polytechnique d'Athènes, Xénakis se consacre à la musique (sous la direction d'Olivier Messiaen*) et à l'architecture. Grâce à sa collaboration avec l'architecte Le Corbusier, il est amené en 1958 à créer le projet de construction du Pavillon Philips à Bruxelles.

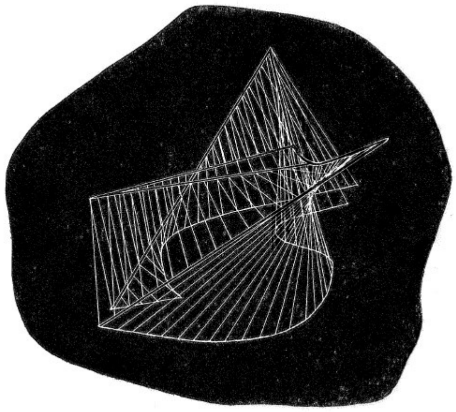
Il décide alors de se baser sur ses Metastasis (cf. piste audio), qu'il a composé en 1955 à Donaueschingen, pour dessiner le Pavillon.



309
310
311
312
313
314
METASTASIS (1954)
I.X.
(glissandi des cordes)
12 Premiers violons VI
12 Seconds " VII
8 Altos A
8 Violoncelles VC
6 Contrebasses CB
5CM = ♩ = 50 MM
3CM = 12 (½ tons)
I.X. octobre 54

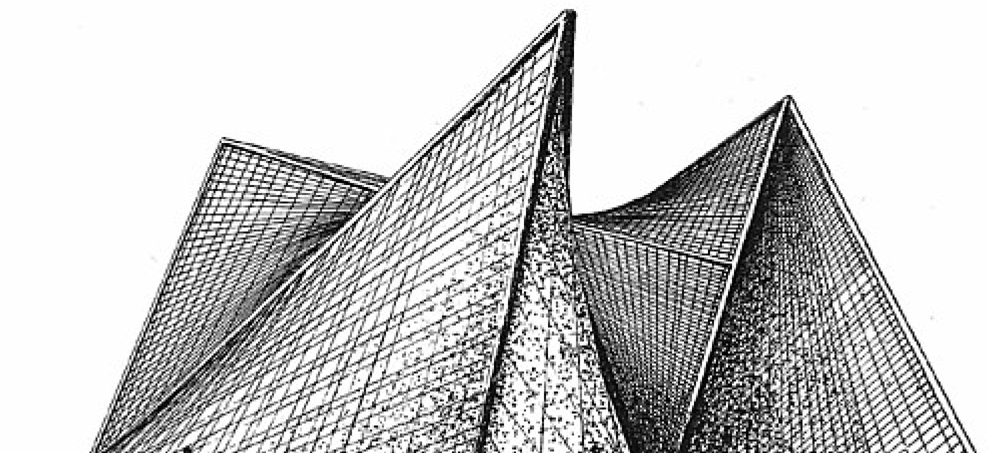


Recherche spatiale
1er élément de surface
1re pointe. Cette pointe est l'expression de la nature même de cette surface reglée.
La surface est toujours limitée par deux droites : la directrice et la génératrice limite.
1re pointe
1re surface reglée : conoïde E
Le problème consiste à couvrir l'estomac avec un nombre minimum de surfaces reglées.
courbe plane libre : la moitié gauche de l'estomac
Par ce postulat impliqué dans ces surfaces reglées, toute la plastique du Pavillon sera conditionnée. C'est pour cela que les pointes et leur équilibre plastique sont soulignés dans cet exposé.
1er et 2e éléments de surface.
1re et 2e pointes.
Ces deux éléments restent invariants jusqu'à la fin de la recherche
1re pointe
triangle de la sortie
droite directrice
2e pointe
conoïde A
courbe plane libre : la moitié droite de l'estomac.
Imbrications de surfaces planes et de surfaces courbes. Jonction des deux premières surfaces reglées.
Recherche des surfaces planes de projections filmées
1re pointe
2e pointe
COMPOSITION DE LA COUVERTURE EN SURFACES PLANES (surfaces de projections filmées)
Autre recherche de surfaces planes pour les projections filmées
1re pointe
triangle de la sortie
2e pointe
triangle de l'entrée
Autre recherche de surfaces planes
apparition de la 3e pointe
triangle de la sortie
2e pointe
IDEE COMPLETE AYANT DONNE LA 1re MAQUETTE (1er PROJET)
les surfaces planes sont abandonnées. les cotes sont fixées.
La troisième pointe vient valoriser les deux premières.
Paraboloïde hyperbolique G
conoïde A.
triangle de l'entrée
ICI la troisième pointe s'est épanouie : Elle équilibre le mouvement impétueux des deux pointes en créant un contre-courant.



Première maquette

Le *Pavillon Philips* (1958)
Source : Iannis Xenakis, *Musique. Architecture*, Tournai, Casterman, 1976, p. 142



Xenakis poursuit ses expériences. Cette fois-ci il utilise la théorie des probabilités pour créer ce qui est appelé « musique probabiliste », ou d'une manière générale, « musique stochastique ».

Du grec « Στόχος » qui veut dire « but » ou « tendance », la musique stochastique repose sur la théorie des chaînes de Markov.

Le mathématicien russe **Andrei Andreevich Markov** (1856 – 1922) a mis au point sa théorie des chaines de Markov en travaillant sur les probabilités.

En prenant une suite de 20 000 caractères du livre « Eugène Onegin » d'Alexandre Pouchkine, il y distingua les voyelles et les consonnes:

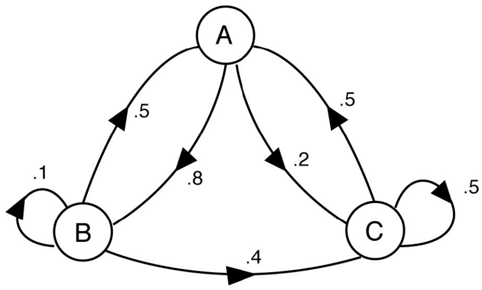
Heedless of the proud world's enjoyment, I prize the attention of my friends, and only wish that my employment could have been turned to worthier ends ...

En langue russe, la matrice de transition est la suivante: $P = \begin{pmatrix} 12,8\% & 87,2\% \\ 66,3\% & 33,7\% \end{pmatrix},$

C'est-à-dire que la probabilité de l'évènement « voyelle suivie d'une consonne » est de 87,2%.

La théorie des chaînes de Markov:

On considère une suite d'évènements notés A, B, C, etc. Si on prend en compte l'exemple précédant, l'évènement B apparaît après l'évènement A avec une certaine probabilité.



Dans cette théorie, les évènements ne sont pas perçus isolément, mais d'après les liens (probabilistes) qui les cimentent.

Xénakis a appliqué cette définition de liaison stochastique de type markovien aux paramètres du son grâce aux probabilités les plus complexes de son époque.

a) La théorie de la cinétique des gaz :

La première formule probabiliste qu'utilise Xénakis, est basée sur la théorie de la cinétique des gaz, développée par Ludwig Boltzmann et James C. Maxwell.

Elle consiste à expliquer le comportement d'un gaz au niveau macroscopique. Plus un gaz est chauffé, plus l'agitation des molécules qui le composent et donc leur vitesse de déplacement est grande.
Il n'est pas possible de mesurer individuellement la vitesse de chaque molécule. Simplement, quand on chauffe un volume de gaz, l'ensemble de ces vitesses individuelles s'accroît proportionnellement à la température.

La formule de Boltzmann et Maxwell permet de trouver, pour une température donnée *t* la probabilité d'une certaine vitesse *v* de ces molécules. Soit *e* une constante approximativement égale à 2,718 .

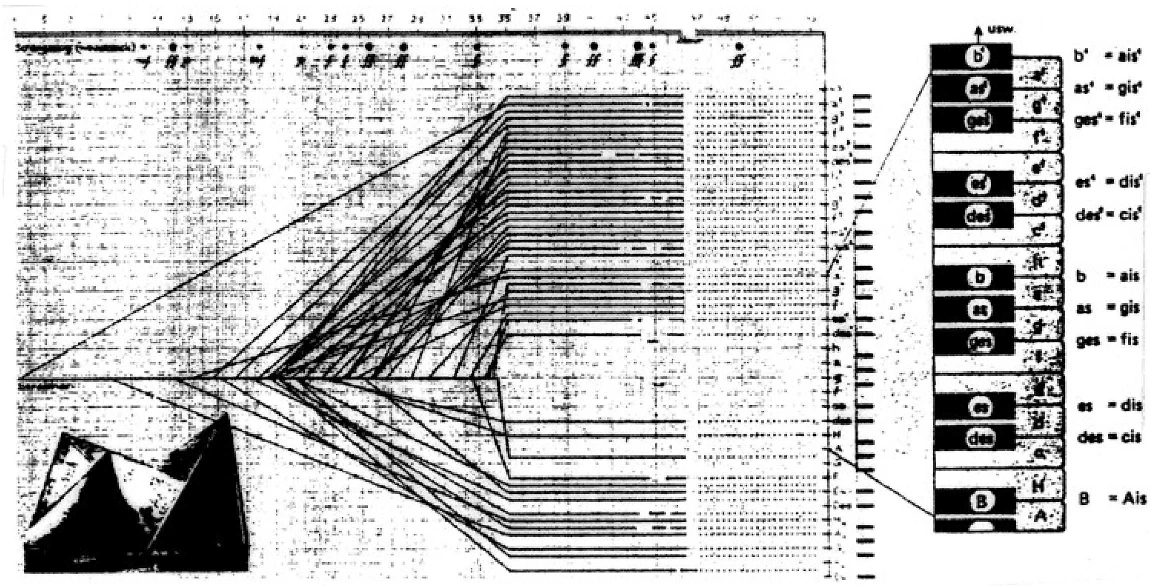
$$f(v) = \frac{0,2}{t\sqrt{\pi}} . e^{-\frac{t^2}{v^2}}$$

Cette formule donne la probabilité d'une vitesse à partir du choix d'une certaine température.

Pour exploiter cette formule, il faut donc connaître *t* et *v.* C’est pourquoi Xénakis doit trouver des équivalents à ces deux variables en rapport avec la musique.

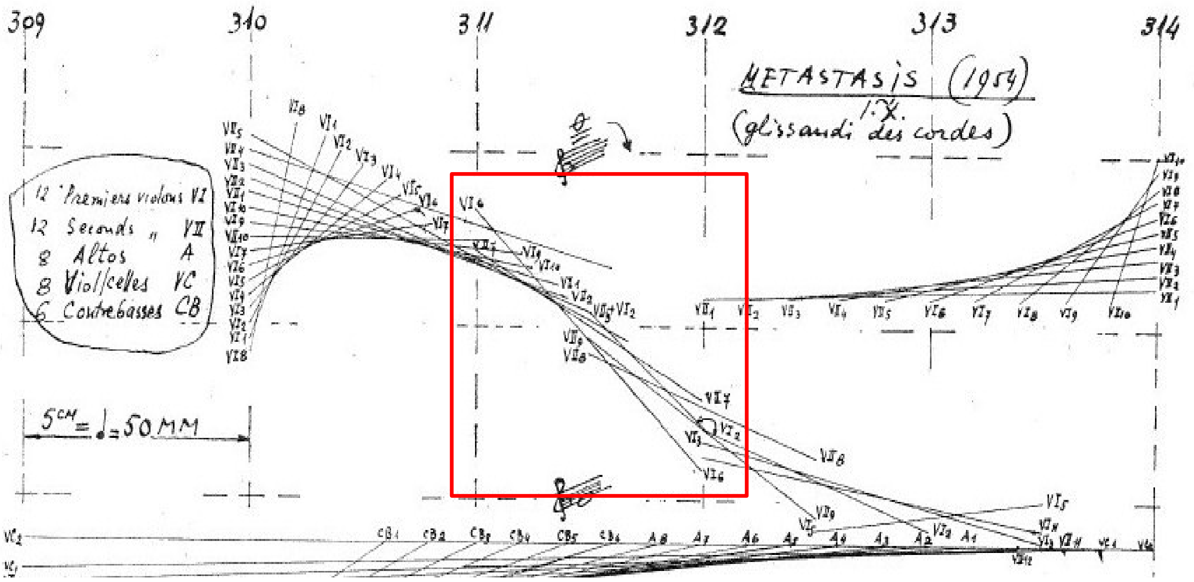
La vitesse se calcule par le rapport entre la distance parcourue et le temps nécessaire pour la parcourir, soit v=d/t. Xénakis décide de remplacer la distance physique par l’intervalle qui sépare deux notes. Ainsi la «vitesse» d’un son se calcule par le rapport d’un intervalle (seconde, tierce, quarte, ...) et le temps nécessaire pour passer d’une note à l’autre en faisant un glissando.

Xénakis a utilisé cette « vitesse » dans sa composition Métastasis (cf. piste audio), que nous avons déjà vu en tant que modèle pour le projet architectural du pavillon Philips.

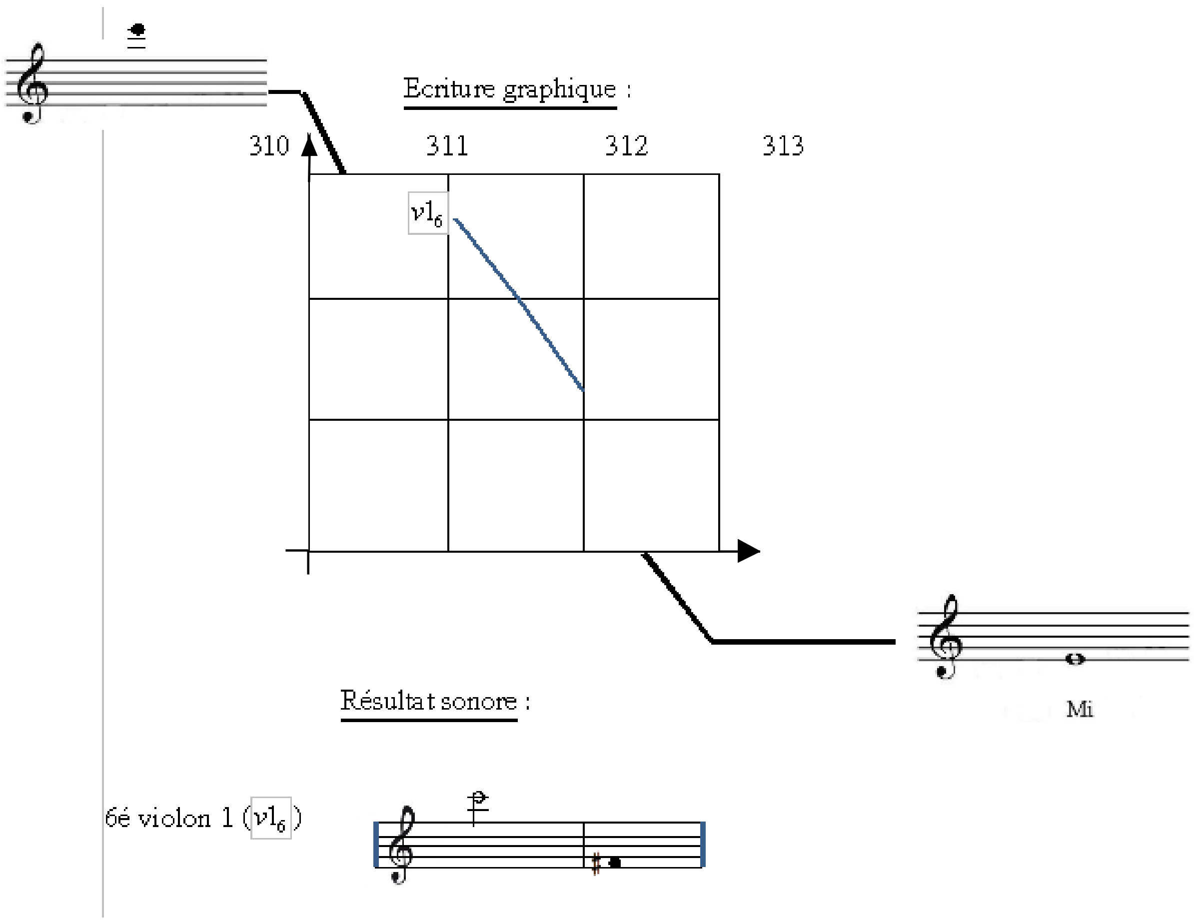


Dans les 35 premières mesures, les droites ascendantes et descendantes représentent les glissandi joués sur les instruments selon une vitesse donnée.

A la mesure 311, on voit par exemple le 6è violon I descendre de 18 demi-tons en 1 mesure (partie encadrée en rouge).



Chaque mesure dure 1,2 seconde, la « vitesse » de ce trait de violon est donc de
18 / 1,2 = 15, soit 15 demi-tons par seconde, Voici le graphique sur lequel Xénakis s'est basé :

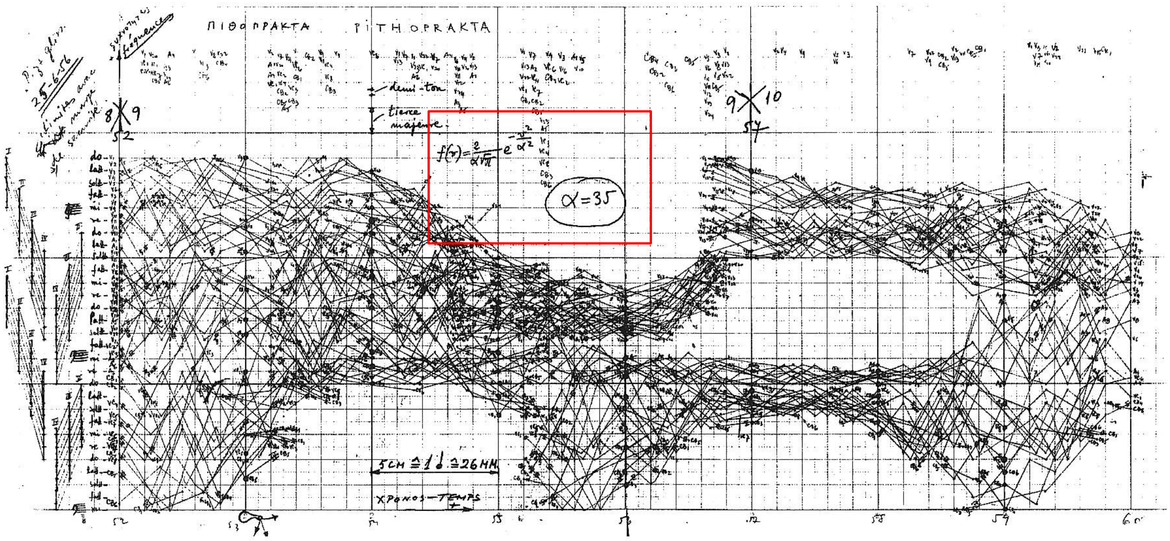


Voilà pour la « vitesse », mais pour la « température », c'est moins évident. En effet, cette notion apparait rarement en musique.

Xénakis utilise alors une notion abstraite, la température d'une « atmosphère sonore ».

Le compositeur choisit une température, par exemple 35° dans un passage de *Pithoprakta*, puis il applique le formule de Boltzmann et Maxwell afin d'obtenir les probabilités qu'il veut.

Pithoprakta (1955-56), mesures 52-59 : graphique de Xenakis
Source : Iannis Xenakis, *Musique. Architecture*, Tournai, Casterman, 1976, p. 167



Mais cette liaison entre des paramètres musicaux et des grandeurs purement physiques n'est pas fiable puisque la température ne correspond pas aux sensation de chaud ou de froid mais juste à une valeur mathématique.

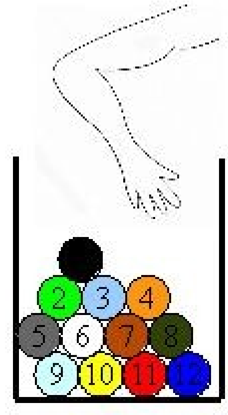
Le lien entre *t* et l'effet sur l'homme reste donc encore à établir.

b) La loi de Poisson :

Alors que la notion de hasard s'introduit pour la première fois dans la composition musicale en France, comme dans la *3è sonate* de Boulez évoquée précédemment, et en Allemagne, avec Stockhausen dans *Klavierstück XI*, Xénakis suit le mouvement en employant un hasard rigoureusement contrôlé. En ce sens, il se distingue des compositeurs de son époque. L'improvisation musicale n'est pour lui pas un véritable hasard, il la rejette. Selon Xénakis, « le hasard est une chose rare (...) on peut le construire un peu, mais jamais l'improviser ou l'imiter mentalement ». Alors, « à moins de jouer aux dés, activité vraiment trop simpliste ! », il ne reste plus qu'à calculer l'aléatoire, avec notamment la formule de Poisson.

Il utilise, dans Achorripsis (cf. piste audio) composé en 1957, la formule de **D. Poisson** (1781-1840) pour calculer ce que doit être une écriture purement aléatoire

Prenons une boîte de 12 boules de couleurs différentes, dont une noire.



Si on procède à 12 tirages d'une boule, en la remettant dans sa boîte après avoir regardé la couleur sortie, chaque couleur a une chance de sortir une fois.

Mais il est rare que chacune des boules sorte une fois dans les 12 tirages. La noire pourrait tout aussi bien apparaître à plusieurs reprises ou même pas du tout.

Grâce à la formule de Poisson, il est possible de calculer une probabilité d'avoir une certaine couleur 0 fois, 1 fois, 3 fois, ... k fois lors d'une extraction de toutes les boules.

$$P_{(k)} = \frac{D^k}{k!} . e^{-D}$$

Soit D la densité moyenne d'évènements. Dans l'exemple précédant, comme on sort 12 boules à chaque tirage, la densité moyenne de l'évènement « boule noire sortie » est de 1 fois par tirage ou unité de temps, donc D=1. « *e* » désigne la constante approximativement égale à 2, 718.
La probabilité que dans un tirage la boule noire sorte 0 fois est $P_{(0)} \approx 0{,}368$, soit 36,8 % de chances, $P_{(1)} \approx 0{,}368$, on a donc autant de chances, $P_{(2)} \approx 0{,}184$ soit 18,4 % de chances, $P_{(3)} \approx 0{,}0613$, $P_{(4)} \approx 0{,}0153$, $P_{(6)} \approx 5{,}11.10^{-4}$, etc.

Si une boule est considérée comme une note, l'emplacement sera aléatoire. Admettons ensuite que la boîte corresponde à une mesure, par exemple. Il y aura 12 notes dans une mesure. Or la gamme chromatique comprend douze tons. Donc 1=Do, 2=Do#, 3=Ré, 4=Ré#, 5=Mi, ... 12=Si. Alors, dans 100 mesures, une note, par exemple Ré, devra apparaître une fois dans 36 mesures, 2 fois dans 18 mesures, 3 fois dans 6 mesures, 4 fois dans une mesure et aucune fois dans 36 mesures.

Xénakis se base sur ce concept afin de soumettre au hasard divers paramètres musicaux comme la durée, l'intensité ou la hauteur des notes.

La partition d'*Achorripsis* (cf. piste audio), comprend 7 types d'instruments et donc de timbres : les flûtes, hautbois, cordes glissando, percussions, pizzicatis, cuivres et archets. Par la suite, Xénakis calcule avec la loi de Poisson le nombre de fois (entre 0 et 4) où ils devront apparaître, par un groupe de cinq notes, dans chacune des 196 unités de temps.
Puis, à l'écoute et par le calcul, il compare ces groupes de sons en cherchant à savoir s'il est plus ou moins proche du hasard et finalement réctifie les notes parasites pour créer une sensation de désordre, ce qui est une consigne importante pour Xénakis.
En effet, la formule de Poisson ne garantit pas toujours un hasard perceptible comme tel puisque le but recherché de cette loi était, lors de sa découverte, d'aider à suivre les caprices du hasard et non pas de procurer une sensation d'aléatoire. C'est pourquoi le rôle de compositeur est important. Xénakis trouve la solution à ce problème et parvient à créer cette sensation de désordre grâce à différentes manières d'employer la formule de Poisson.

D'abord il cherche à déterminer d'après les calculs précédants le nombre d'unités de temps ne contenant aucune note dans toute la partition et en trouve 107. Ensuite il calcule les unités de temps avec 1 groupe de 5 notes et trouve 65 unités de temps. De même pour $P_{(2)}$, $P_{(3)}$, $P_{(4)}$, il trouve respectivement 19; 4 et 1 unité. Au lieu de répartir lui même les groupes de cinq notes en essayant de les disposer de manière aléatoire, Xénakis transpose les résultats dans une matrice qui aura donc 7 lignes correspondant aux type de timbres et 28 colonnes puisque la partition contient 196 pulsations (196/7=28). A l'intérieur de ce tableau aussi appelé Vecteur Matrice, le compositeur emploie la formule de Poisson pour chaque case. Par conséquent les chiffres semblent parfaitement désordonnés :

<u>Vecteur Matrice d'Achorripsis :</u>

0	1	1	2	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	2	Flûte
0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	4	0	0	1	Haut.
0	0	1	0	0	1	0	0	1	2	1	1	3	0	1	1	1	0	0	2	0	1	0	0	0	1	1	0	Glissan.
0	0	2	0	2	0	2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0	2	1	0	0	Percu.
1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	3	2	2	0	1	0	1	1	Pizzica.
0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	2	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	2	0	1	0	Cuivre
0	0	0	1	3	0	1	0	0	2	1	0	2	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	2	1	3	0	Archets

On remarque que le nombre d'unités de temps contenant deux groupes de cinq notes varie entre 0 et 5 fois pour les lignes de la matrice précédante. Alors qu'il y a dans ces 7 ligne 19 unités de temps contenant deux groupes de 5 notes en tout, soit une moyenne de 2,7 unités de 2 groupe par ligne. Pourtant, malgré cette exception, Xénakis a réussi à créer, grâce à l'emploi fréquent de la formule de Poisson, une organisation de chiffres qui a l'air complètement aléatoire.
Cependant, il existe des exemples de matrices suivant exactement le même procédé mais qui présentent néanmoins une organisation de chiffres plus ordonnés.

<u>Exemple contradictoire :</u>

0	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	Flûte
0	0	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	Haut.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	1	1	1	1	Glissan.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1	Percu.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	4	Pizzica.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	Cuivre
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	Archets

Enfin, la somme des groupes de notes dans toute la partition ou dans le Vecteur Matrice d'*Achorripsis* est 65+19*2+4*3+1*4 = 119, soit environ 0,6 groupe pour chaque unité de temps, correspondant à une colonne dans le tableau, puisque 196/119≈0,607.

Toujours d'après la loi de Poisson, chaque colonne du Vecteur Matrice d'Achorripsis devrait compter entre 1 et 9 groupes de notes. Or, la 25è colonne en comporte 12. De plus, les colonnes 8 et 14 ne comptent aucun groupe. Voici les calculs effectués avec une densité de 119/28=4,25 :

Nombre de groupe par colonne d'après la loi de Poisson :

Groupes par colonne:	Nombres de colonnes concernées:	Groupes en résultant:
k=0	O,4 soit: ~ 0	0
k=1	1,7 soit: ~ 2	2
k=2	3,6 soit: ~ 4	8
k=3	5,1 soit: ~ 5	15
k=4	5,4 soit: ~ 5	20
k=5	4,6 soit ~ 5	25
k=6	3,3 soit: ~ 3	18
k=7	2,0 soit: ~ 2	14
k=8	1,1 soit : ~ 1	8
k=9	0,5 soit : ~ 1	9
k=10	0,2 soit : ~ 0	0
k=11	0,1 soit: ~ 0	0
k=12	0,03 soit: ~ 0	0
Totaux:	28 unités	119 groupes

Pour couronner le tout, Xénakis ne tient pas compte des capacités de l'oreille humaine. Bien que les chiffres soit répartit de manière, à première vue, aléatoire et donc les groupes de notes aussi, le compositeur fait jouer sept différents types de timbres. L'auditeur peut très bien faire la différence entre un piccolo et une contrebasse. Les sons ne paraîtront donc plus mélangés entre eux et le désordre complet que Xénakis recherche ne sera pas perceptible.

Cette idée de créer un hasard total est très novatrice à cette époque et les auditeurs se montrent souvent rétiscent à ces oeuvres. Ils s'interessent plus à un hasard peu respécté, modéré.
Prenons les casinos; ils font bien fortune parce que les joueurs pensent que l'évènement qu'ils espèrent, comme aligner trois images avec une machine à sous, leur semble parfois prévisible. Ces phénomènes laissent croire que l'être humain rejette le hasard total.

Si l'appellation : « musique stochastiques markovienne » peut paraître quelque peu repoussante, il convient d'écouter des oeuvres bâties sur cette théorie : citons Analogique A (cf. piste audio), pour trois violons, trois violoncelles et trois contrebasses, composée en 1958, mais également Analogique B produite en 1959.